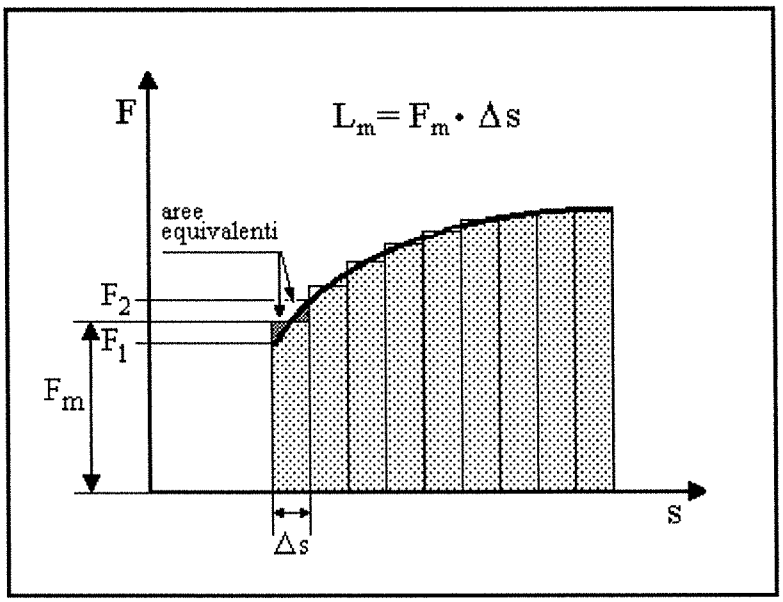
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MILANO
DIPARTIMENTO DI SCIENZE AGRARIE E AMBIENTALI
PRODUZIONE, TERRITORIO, AGROENERGIA

DISPENSE DEL CORSO DI

MECCANIZZAZIONE AGRICOLA E SISTEMI ENERGETICI – MOD. 1

(Prof. Domenico Pessina)

RICHIAMI INTRODUTTIVI SULLE MATERIE DI BASE



A cura di : Prof. Domenico Pessina

Si ringrazia il Prof. Marco Fiala per il fattivo contributo fornito alla compilazione della presente nota.

1. PREMESSA

Abbiamo la fortuna di vivere in un Paese in cui il sistema metrico decimale è oggetto di insegnamento, e quindi è familiare, fin da bambini. Tuttavia, per quanto si sia facilitati nel recepire ed adattarci alle unità di misura del sistema SI (Sistema Internazionale di unità di misura, definito e approvato dalle Conferenze Generali dei Pesi e delle Misure, contenuto nella norma italiana UNI 10003 del Febbraio 1984 che recepisce la norma ISO 1000-81 e la Direttiva CEE 80/181) si ritiene utile soffermarsi sull'origine e sulle caratteristiche delle unità SI, esercitandosi e dando esempi pratici per sviluppare le proprie capacità di stima. Si vedrà in seguito il dettaglio più tecnico delle unità di misura. E' importante, per il momento, focalizzare l'attenzione sulle tre grandezze principali:

1. **lunghezza (L);**
2. **massa (M);**
3. **tempo (T).**

2. LUNGHEZZA: UNITA' E METODI DI MISURA

L'UNITA' DI MISURA DELLA LUNGHEZZA **E'**
IL METRO (*m*)

Fu scelto come unità di misura durante la Rivoluzione Francese, ed era definito come la quarantamilionesima parte della circonferenza terrestre; era qualcosa di più costante che non il piede, variabile in funzione della lunghezza dell'estremità del sovrano regnante (!).
Nel diciannovesimo secolo il metro fu definito come la distanza tra due tacche su una serie di barre di platino e iridio, a sezione X, tuttora conservate a temperatura controllata.
Dal 1983, il metro è definito come la distanza percorsa dalla luce nel vuoto in un tempo pari a 1/299792458 secondi.
L'unità così definita comporta il vantaggio di non obbligare alla conservazione di un campione soggetto a furti, logorio, o comunque a qualsiasi cambiamento con il passare del tempo.
I multipli e i sottomultipli del metro sono conosciuti e non è ritenuto necessario, in questo contesto, ricordarli. Vale la pena solo rammentare che il micrometro (1 μm = $1 \cdot 10^{-6}$ m) è chiamato spesso solo *micron*.
Certamente ognuno conosce la propria statura espressa in metri e suoi sottomultipli. Ma che dire, per esempio delle seguenti misure ?

lunghezza del piede	_____ m (stima)	_____ m (misura con adatto strumento)
lunghezza del dito indice	_____ m (stima)	_____ m (misura con adatto strumento)
circonferenza della vita	_____ m (stima)	_____ m (misura con adatto strumento)
distanza tra gomito e polso	_____ m (stima)	_____ m (misura con adatto strumento)
spessore di una pagina di libro	_____ m (stima)	_____ m (misura con adatto strumento)
lunghezza del passo	_____ m (stima)	_____ m (misura con adatto strumento)

Si noti che alcune di queste misurazioni richiedono tecniche e strumenti speciali: per misurare l'altezza di una persona bisogna assumere una posizione corretta e deve essere un altro individuo ad effettuare la misura, se questa vuole essere precisa; per misurare una circonferenza, occorre

qualcosa di flessibile e non di rigido; per misurare lo spessore di una pagina di libro non basta nemmeno il calibro ... Allora come è possibile ?

3. MASSA: UNITA' E METODI DI MISURA

La *massa* e il *peso* sono due cose differenti:

- ***il peso è la forza gravitazionale esercitata tra due oggetti distinti***; di regola: tra un oggetto (es. tipico, ognuno di noi) e la Terra. Si noti che, di conseguenza **IL PESO E' UNA FORZA**. Più correttamente infatti si deve parlare di ***FORZA PESO***. La massa, invece **NON E'** una forza.
- la massa ha due proprietà diverse:
    1. costituisce la "***carica***" dell'attrazione gravitazionale, cioè *la proprietà della materia che determina l'intensità della forza attrattiva gravitazionale tra gli oggetti*, come ad esempio il Sole e la Terra;
    2. la massa è direttamente proporzionale all'***inerzia***, cioè *alla resistenza che gli oggetti oppongono ad un cambiamento del loro stato*; della velocità, ad esempio, quando sono in moto. Quanto maggiore è la massa dell'oggetto, tanto maggiore è questa resistenza.

L'UNITA' DI MISURA DELLA MASSA E' IL KILOGRAMMO (*kg*)

Facendo riferimento all'esperienza si possono stimare le masse di una serie di oggetti conosciuti :

Un libro da 300 pagine	±	kg
Una moneta da 500 L.	±	kg
Una bottiglia d'acqua minerale in plastica piena	±	kg
Una Fiat Punto	±	kg
Un pallone da calcio	±	kg

3.1 LA MASSA VOLUMICA

E' più "massiccio" il piombo o il polistirolo espanso ? Dipende ovviamente dalla quantità dei due materiali! (*Una volta, da bimbi, l'indovinello era: "pesa" di più un kg di piume o un kg di ferro? Ai "furbi" che ragionavano e dicevano: "non me la fai, pesano uguale, sono sempre un kg... ", veniva controbattuto: "prova a lasciarti cadere in testa un blocco da un kg di ferro invece che un kg di piume!"; ma in tal caso era un altro fenomeno fisico che interviene a modificare l'effetto della caduta dei due materiali... Quale?*).

Un soldatino di piombo ha una massa minore di un metro cubo di polistirolo espanso!
Quanto si va a valutare quella che viene comunemente definita la "pesantezza" dei materiali, molto spesso ci si riferisce invece alle loro MASSE VOLUMICHE (in passato di parlava di "*peso specifico*" o anche, specie per i fluidi, di "*densità*"). La densità è un termine che, per i fluidi è ancora spesso usato e tollerato; il peso specifico, invece, è una definizione errata, e non più ammessa.
Allora:

LA MASSA VOLUMICA E' LA MASSA PER UNITA' DI VOLUME

e viene espressa in **kg/m³** (anche se tuttora, per convenienza di esposizione del valore numerico, viene spesso usata anche l'espressione: *g/cm³*).

L'*acqua (distillata, cioè senza alcuna presenza di sali minerali o altre sostanze estranee)*, e per la precisione ad una temperatura di 4 °C e ad una pressione atmosferica di 1013 mbar, assume la sua massima massa volumica, che per convenzione è definita unitaria, cioè pari a *1 g/cm³*. Tutte le sostanze composte prevalentemente di acqua hanno una massa volumica molto simile a quella dell'acqua (es. latte, sangue; non l'olio, che non è simile all'acqua!). Può essere molto utile conoscere, seppur in linea di massima, le masse volumiche delle sostanze più comuni:

Sostanza	Massa volumica (kg/m³)
Aria	1,25
Idrogeno	0,09
Elio	0,18
Polistirolo espanso	100
Ghiaccio	920
Acqua	1000
Acciaio inox	7800
Ferro	7900
Rame	8900
Piombo	11300
Argento	10500
Oro	19300
Mercurio	13500

N.B. = valori a pressione atmosferica standard e temperatura di 0 °C.

Qual è la massa volumica del corpo umano? Come si può stimarla senza possedere alcuno strumento ? Come si può calcolarla con una certa precisione ? Esistono più sistemi!
Qual è la massa volumica degli oggetti di cui precedentemente si è stimata la massa?

4. IL TEMPO

La maggior parte delle unità di misura ufficialmente adottate sono a dimensione umana. Il metro è una lunghezza abbastanza simile a quella di un braccio di un individuo adulto (infatti il "braccio" in diversi periodi della storia e in differenti località era un' "unità di misura" della lunghezza...).Un oggetto che ha una massa di 1 kg è abbastanza pesante da essere chiaramente avvertito sul palmo di una mano per la sua consistenza e contemporaneamente abbastanza agevole da sollevare. Il tempo, invece:

L'UNITA' DI MISURA DEL TEMPO E' IL SECONDO (*s*)

(simbolo: **s** (*minuscolo*) e non sec, magari seguito dal punto, come troppo spesso si usa e si vede scritto, anche su testi autorevoli!).
Analogamente ai due esempi precedenti, è un intervallo di tempo molto simile a quello che intercorre tra un battito cardiaco e il successivo di un uomo a riposo.

Da notare al riguardo una curiosità:

- i sottomultipli dell'unità di tempo sono tutti decimali: *millisecondo (**ms**), microsecondo (**μs**), nanosecondo (**ns**, $1 \cdot 10^{-9}$ s), picosecondo (**ps**, $1 \cdot 10^{-12}$ s);*
- le divisioni dei multipli sono invece in base sessagesimale, basate su 60 o suoi dividendi anzichè decimale, per ragioni storiche: 60 secondi in un minuto, 60 minuti in un'ora, 24 ore in un giorno. E' vero che l'anno non è composto da 360 giorni, ma da 365 (366 negli anni bisestili!), però in alcuni Paesi era usanza considerare festivi i 5 giorni in più.

Risulta utile saper misurare e pertanto valutare il tempo mentalmente: un metodo conosciuto è quello di contare i secondi ripetendo, con ritmo normale, una parola di cinque sillabe (ad es.: ippopotamo, ipotalamo, anatroccolo, ecc.).

E' noto, tra i bambini, il gioco di valutare la distanza di caduta di un fulmine dal punto in cui si è misurando, a mente, il tempo intercorrente tra la percezione del lampo e del tuono (il suono si propaga nell'aria ad una velocità di circa 340 m/s). E' del tutto evidente che, se non si riesce a contare più di due, la situazione non è delle più rosee!

Nelle misurazioni del tempo effettuate con strumenti specifici (es. cronometri), che ovviamente sono molto più precisi del conteggio mentale di qualsiasi essere umano, bisogna però tener presente del cosiddetto tempo di reazione, se l'avviamento e l'arresto dello strumento è manuale o comunque comandato da un osservatore.

Si tenga conto che tale tempo di reazione è normalmente di 0,2-0,25 s, una quantità che può essere importante o, all'opposto, trascurabile rispetto al tempo totale misurato o alle necessità di precisione della rilevazione.

5. UNITA' DI MISURA E DIMENSIONI

Quando si parla di grandezze fisiche, è utile distinguere tra le loro *dimensioni* e le loro *unità di misura*:
con **dimensioni** si vuole indicare se una grandezza è una lunghezza, o una massa, o un tempo (L, M, T), senza riguardo al fatto che la misura sia espressa con questa o con quella unità di misura (nella descrizione delle grandezze elettriche sarà comunque necessario introdurre una quarta dimensione base, l'*intensità della corrente elettrica*). Assegnare le dimensioni ad una grandezza fisica può apparire un esercizio noioso ma, al contrario, è utile per verificare se in un'equazione le dimensioni del termine di sinistra sono uguali a quelle del termine di destra. Il fatto però che le dimensioni di una formula siano coerenti non ci garantisce che gli altri elementi siano pure corretti. Ad es. l'area del cerchio è:

$$A = \pi r^2$$

Le dimensioni del primo membro sono L^2 e lo sono anche quelle del secondo, ma la sola analisi dimensionale non ci può assicurare che π è la costante corretta.

se le dimensioni hanno un carattere generico, le **unità di misura** sono invece molto particolari. Un numero senza unità è privo di significato. Sfortunatamente, per ragioni tecniche e storiche, esistono molte unità di misura per ciascuna variabile.

6. GRANDEZZE: PROPRIETA' E LORO RAPPRESENTAZIONE

Il SI stabilisce, nel complesso, le unità di misura di nove grandezze, **sette fondamentali** e **due supplementari (tab. 1)**, e in base a esse definisce unità **derivate (tab. 2)**, corrispondenti a grandezze derivate, ciascuna delle quali caratterizzata da un proprio simbolo.

Per la finalità del corso di Meccanica Agraria, le unità di misura delle più comuni grandezze sono così definite:

- newton (*N*) è l'unità di misura della **forza**, corrispondente alla forza che imprime a un corpo di massa 1 *kg* l'accelerazione di 1 $m \cdot s^{-2}$;
- joule (*J*) è l'unità di misura del **lavoro** e dell'**energia meccanica**, corrispondente al lavoro compiuto dalla forza di 1 *N* quando il suo punto di applicazione si sposta di 1 *m* nella direzione e nel verso della forza stessa;
- watt (*W*) è l'unità di misura della **potenza**, corrispondente alla potenza erogata da un sistema che produce il lavoro di 1 *J* in un tempo di 1 *s*.
- pascal (*Pa*) è l'unità di misura della **pressione**, corrispondente alla pressione esercitata dalla forza di 1 *N* applicata perpendicolarmente a una superficie con area di 1 m^2;
- hertz (*Hz*) è l'unità di misura della **frequenza**, corrispondente alla frequenza di un fenomeno periodico il cui periodo è 1 *s*;

Tab. 1 - Sistema Internazionale di unità di misura: grandezze fondamentali e grandezze supplementari

GRANDEZZE FONDAMENTALI	NOME	UNITA' di MISURA
Lunghezza	metro	*m*
Massa	chilogrammo	*kg*
Tempo	secondo	*s*
Intensità corrente elettrica	ampere	*A*
Temperatura termodinamica	kelvin	*K*
Quantità di sostanza	mole	*mol*
Intensità luminosa	candela	*cd*

GRANDEZZE SUPPLEMENTARI	NOME	UNITA' di MISURA
Angolo piano	radiante	*rad*
Angolo solido	steradiante	*sr*

Tab. 2 - Sistema Internazionale di unità di misura: grandezze derivate

GRANDEZZA	NOME	UNITA'	CONVERSIONE
Forza	newton	*N*	$1\ N = 1\ kg \cdot m \cdot s^{-2}$
Pressione	pascal	*Pa*	$1\ Pa = 1\ N \cdot m^{-2}$
Energia, Lavoro, Quantità di calore	joule	*J*	$1\ J = 1\ N \cdot m$
Potenza	watt	*W*	$1\ W = 1\ J \cdot s^{-1}$
Frequenza	hertz	*Hz*	$1\ Hz = s^{-1}$
Carica elettrica	coulomb	*C*	$1\ C = 1\ A \cdot s$
Potenziale elettrico	volt	*V*	$1\ V = 1\ W \cdot A^{-1}$
Resistenza elettrica	ohm	Ω	$1\ \Omega = 1\ V \cdot A^{-1}$
Conduttanza elettrica	siemens	*S*	$1\ S = 1\ A \cdot V^{-1}$
Capacità elettrica	farad	*F*	$1\ F = 1\ C \cdot V^{-1}$
Flusso magnetico	weber	*Wb*	$1\ Wb = 1\ V \cdot s$

Il simbolo di un prefisso unito con il simbolo di una unità, forma il simbolo del multiplo o sottomultiplo di quella unità; esso può essere elevato a potenza positiva o negativa e combinato con simboli di altre unità per formare simboli di multipli o sottomultipli di unità di grandezze derivate (**tab. 3**).

Tab. 3 - Sistema Internazionale di unità: multipli e sottomultipli

FATTORE di MOLTIPLICAZIONE	NOTAZIONE SCIENTIFICA	NOME	SIMBOLO
1.000.000.000.000.000.000	10^{18}	exa	*E*
1.000.000.000.000.000	10^{15}	peta	*P*
1.000.000.000.000	10^{12}	tera	*T*
1.000.000.000	10^{9}	giga	*G*
1.000.000	10^{6}	mega	*M*
1.000	10^{3}	kilo	*k*
100	10^{2}	etto	*h*
10	10^{1}	deca	*da*
0,1	10^{-1}	deci	*d*
0,01	10^{-2}	centi	*c*
0,001	10^{-3}	milli	*m*
0,000001	10^{-6}	micro	μ
0,000000001	10^{-9}	nano	*n*
0,000000000001	10^{-12}	pico	*p*
0,000000000000001	10^{-15}	femto	*f*
0,000000000000000001	10^{-18}	atto	*a*

Le regole di scrittura delle unità di misura SI impongono che i nomi di tutte le unità, dei loro multipli e sottomultipli, siano nomi comuni con l'iniziale minuscola, mentre i simboli delle unità che derivano da nomi propri (Newton, Watt, Joule ecc.) si rappresentano con lettera maiuscola.

In ambito tecnico e commerciale trovano ancora una notevole diffusione e applicazione unità di misura non appartenenti al Sistema Internazionale. E' infatti pratica molto comune esprimere, per esempio:

- la velocità, in chilometri orari *($km \cdot h^{-1}$, oppure, molto più di frequente, km/h)*;
- il tempo, in minuti (*min*) o in ore (*h*);
- la pressione, in pressione barometrica (*bar*), in atmosfere tecniche (*at, oppure, molto più di frequente, atm*), in millimetri di colonna d'acqua (*mm H_2O*);
- la potenza, in cavalli (*CV*);
- il volume, in litri (*l*);
- l'energia termica, in chilocalorie (*kcal*).

Benché l'uso di tali grandezze sia improprio, esso è spesso tollerato per motivi di consuetudine o praticità.

Non è invece più ammesso, benchè in ambito agricolo sia tuttora diffusissimo, l'uso del quintale (*q*) quale unità di misura del peso. Nel continuarne l'uso, si commettono due imprecisioni: non si utilizzano le unità di misura del sistema SI e si confonde il peso (che è una forza) con la massa (che **non** è una forza).

7. LE CONVERSIONI

Le unità di misura di una stessa grandezza fisica sono fra loro correlabili ricorrendo a opportuni **fattori di conversione (tabb. 4, 5 e 6)**, utilizzabili nelle diverse trasformazioni richieste.

Tab. 4 - Pressione dei fluidi: unità di misura e relativi fattori di conversione

	Pa $N \cdot m^{-2}$	***MPa*** $N \cdot mm^{-2}$	***bar***	***mmH_2O*** $kg_f m^{-2}$	***atm*** $kg_f cm^{-2}$	***mmHg*** *Torr*
1 Pa = *1 $N \cdot m^{-2}$*		10^{-6}	10^{-5}	0,102	$0,102 \cdot 10^{-4}$	$750 \cdot 10^{-5}$
1 MPa = *1 $N \cdot mm^{-2}$*	10^{6}		10	$0,102 \cdot 10^{6}$	$0,102 \cdot 10^{2}$	$750 \cdot 10^{1}$
1 bar	10^{5}	10^{-1}		$0,102 \cdot 10^{5}$	$0,102 \cdot 10$	750
1 mmH_2O = *1 $kg_f m^{-2}$*	9,81	$9,81 \cdot 10^{-6}$	$9,81 \cdot 10^{-5}$		10^{-4}	$736 \cdot 10^{-4}$
1 at = *1 $kg_f cm^{-2}$*	$9,81 \cdot 10^{4}$	$9,81 \cdot 10^{-2}$	$9,81 \cdot 10^{-1}$	10^{4}		736
1 mmHg = *1 Torr*	133	$133 \cdot 10^{-6}$	$133 \cdot 10^{-5}$	13,6	$13,6 \cdot 10^{-4}$	

Tab. 5 - Lavoro, energia e quantità di calore: unità di misura e relativi fattori di conversione

	J	***kJ***	***kW·h***	***$kg_f m$***	***CV·h***	***kcal***
1 J = *1 N·m = 1 W·s*		10^{-3}	$0,278 \cdot 10^{-6}$	0,102	$0,378 \cdot 10^{-6}$	$0,239 \cdot 10^{-3}$
1 kJ	10^{3}		$0,278 \cdot 10^{-3}$	$0,102 \cdot 10^{-3}$	$0,378 \cdot 10^{-3}$	0,239
1 kWh	$3,6 \cdot 10^{6}$	$3,60 \cdot 10^{3}$		$0,367 \cdot 10^{6}$	1,36	860
1 $kg_f m$	9,81	$9,81 \cdot 10^{-3}$	$2,72 \cdot 10^{-6}$		$3,70 \cdot 10^{-6}$	$2,34 \cdot 10^{-3}$
1 CVh	$2,65 \cdot 10^{6}$	$2,65 \cdot 10^{3}$	0,736	$0,270 \cdot 10^{6}$		632
1 kcal	$4,187 \cdot 10^{3}$	4,187	$1,16 \cdot 10^{-3}$	427	$1,58 \cdot 10^{-3}$	

Tab. 6 - Potenza, flusso di energia e flusso di calore: unità di misura e relativi fattori di conversione

	W	*kW*	$kg_f m \cdot s^{-1}$	*CV*	$kcal \cdot h^{-1}$
$1\ W = 1\ N \cdot m \cdot s^{-1} = 1\ J \cdot s^{-1}$		10^{-3}	0,102	$1{,}36 \cdot 10^{-3}$	0,860
1 kW	10^{3}		$0{,}102 \cdot 10^{3}$	1,36	$0{,}860 \cdot 10^{3}$
$1\ kg_f m \cdot s^{-1}$	9,81	$9{,}81 \cdot 10^{-3}$		$13{,}3 \cdot 10^{-3}$	8,43
1 CV	736	0,736	75,0		632
$1\ kcal \cdot h^{-1}$	1,16	$1{,}16 \cdot 10^{-3}$	0,119	$158 \cdot 10^{-3}$	

Nelle conversioni tra unità di misura, a meno che non si sia assolutamente sicuri del valore di conversione (e si sappia applicarlo correttamente!), conviene sempre esprimere la misura della variabile facendola sempre seguire dalla sua unità di misura in forma frazionaria.
Ad es., è noto che in molti stati degli USA il limite di velocità è di 55 mph (mph significa: miglia/ora); si voglia calcolare a quanto corrisponde tale limite, convertito in unità di misura in Europa più familiari. Il sistema consiste nel moltiplicare la frazione per altre frazioni, utili alla conversione, *il cui valore sia sempre unitario*:

$$55 \text{ miglia / h} \cdot (1{,}609 \text{ km / miglio}) = 88{,}5 \text{ km / h}$$

7.1 ALCUNI ESEMPI UTILI

Nell'esempio precedente, per essere rigorosi, km (chilometri) e h (ora) non sono unità di misura del sistema SI; bisogna ulteriormente convertire rispettivamente km in m e h in s, per esprimere la velocità in m/s *(attenzione! "m/s" si dice: metri al secondo, ma "al", in questo caso, vuol dire "diviso")*. Si procede correttamente moltiplicando (o dividendo) il valore di partenza per delle frazioni con valore unitario (1000 metri per ogni chilometro; 1 ora ogni 3600 secondi), in modo da non far variare ovviamente la quantità totale, ma riuscire comunque ad esprimere la quantità finale nell'unità di misura voluta. Allora, continuando nell'esempio precedente:

$$88{,}5 \text{ km / h} \cdot (1000 \text{ m / km}) \cdot (1 \text{ h / } 3600 \text{ s}) = 24{,}6 \text{ m / s}$$

Con l'esercizio, si può "distillare l'essenza" dell'operazione, che è l'applicazione del cossiddetto "*fattore di conversione*". Per esempio, nei valori di velocità, per passare da m/s a km/h e viceversa, è sufficiente sapere che il fattore di conversione è **3,6** , che deriva da *3600* secondi (in un'ora) *diviso 1000* metri (in un chilometro). Bisogna però essere in grado di applicare correttamente tale fattore, sapere cioè quando bisogna moltiplicare il valore di partenza per trovare quello convertito, oppure bisogna invece dividerlo.
Una regoletta molto "pratica", in questo caso, suggerisce di ricordare quale delle due unità di misura oggetto della conversione dà origine alla quantità maggiore e quale, per converso, alla quantità più piccola. Ad esempio, tra m/s e km/h, la quantità minore (quella che dà il "numero più piccolo") è proprio m/s: quindi se si considera una velocità in km/h, per convertire la stessa quantità in m/s, bisogna *dividere* per 3,6. Al contrario se il valore di velocità di partenza è espresso in m/s e si vuole convertirlo in km/h, bisogna invece *moltiplicare* per 3,6.
Un ulteriore esempio, molto usato, e un poco più complesso, è la conversione di determinate quantità di massa in valori di peso (o, meglio, forza peso). Si ricordi, a tale proposito, la seconda legge di Newton che, nella sua espressione generica è:

$$\mathbf{F} = m\,\mathbf{a}$$

(le grandezze scritte in **grassetto** sono vettoriali; quelle a carattere normale sono scalari)

Cioè, applicando tale legge per la forza peso:

"la forza peso P di un corpo, espressa in Newton (N), è uguale alla massa del medesimo per l'accelerazione (di gravità, che è considerata *costante*, e pari a: $g = 9{,}81\ m/s^2$); quindi l'equazione assume la forma:

$$\mathbf{P} = m\,\mathbf{g}$$

Per tale motivo, se un corpo ha una *massa* di dieci chilogrammi, sarà dotato di una forza peso (o, più semplicemente...) avrà un peso di:

$$10\ kg \cdot 9{,}81\ m/s = 98{,}1\ N$$

In pratica, quindi, in questo caso il fattore di conversione è 9,81 e la regoletta prima descritta suggerisce che la quantità che ha un valore inferiore (quella più piccola) è la massa. Pertanto per convertire un valore di massa in uno di forza peso occorre *moltiplicare* per 9,81; viceversa per convertire un valore di forza peso in uno di massa, bisogna *dividere* per 9,81.

Il **Sistema Tecnico** (o gravitazionale) è il sistema metrico che assume come grandezze fondamentali, analogamente a quanto già visto, la lunghezza (*m*) e il tempo (*s*); si distingue, invece, dal sistema ufficiale perché considera la forza (chilogrammo-forza, kg_f) invece della massa (*kg*). Per quanto appena prima accennato, è adesso nota la differenza che intercorre tra le due grandezze.
Nel passato, si è definita l'unità di misura della potenza con tale sistema, utilizzando l'espressione $kg_f m \cdot s^{-1}$. Un multiplo di questa unità definisce il cavallo-vapore (*CV*):

$$1\ CV = 75\ kg_f m \cdot s^{-1}$$

La conversione tra cavallo-vapore e watt (unità ufficiale SI della potenza) risulta:

$$1\ CV = 75\ kg_f m \cdot s^{-1} = 75 \cdot 9{,}81\ N \cdot m \cdot s^{-1} = 736\ W = 0{,}736\ W$$

anche l'inverso è spesso utlizzato:

$$1\ kW = \frac{1}{0{,}736} CV = 1{,}36\ \ CV$$

Può essere curioso conoscere la ragione (più o meno occulta...) per la quale i costruttori di trattori, che *dovrebbero* essere aggiornati e rigorosi nell'uso delle unità di misura, includono tuttora molto spesso nella denominazione commerciale dei modelli da loro prodotti la potenza massima del motore espressa in cavalli e non in kilowatt: può essere sconcertante, ma la ragione è proprio che in CV il numero da pubblicizzare è più alto e ciò è favorevole dal punto di vista psicologico del potenziale compratore! Ad es. il trattore FIAT 100 DT, con la potenza massima espressa in cavalli, dovrebbe diventare "FIAT 73 DT", con la medesima definita in kilowatt...

Un altro esempio significativo di conversione di unità di misura è rappresentato dal legame intercorrente tra lavoro e calore. L'esperienza di Joule dimostra che, creando le condizioni per cui tutto il lavoro meccanico compiuto da una forza venga trasformato in calore (mulinello di Joule), vale la seguente relazione di uguaglianza:

$$1\ cal = 4{,}186\ N{\cdot}m = 4{,}186\ J$$

e, cioé:

$$1\ kcal = 4186\ J$$

Da un punto di vista esclusivamente energetico (=calore) e non meccanico, è possibile rendersi conto facilmente di tale conversione osservando le etichette informative riportate ormai su molti alimenti confezionati, che indicano il valore nutritivo del prodotto sia in kcal che in J.

Tenuto inoltre conto che $1\ h = 3600\ s$, ne deriva che:

$$4186\ [J]\cdot\frac{1}{3600\ [s\cdot h^{-1}]} = 1{,}162\ [J\cdot s^{-1}\cdot h] = 1{,}162\ [W\cdot h]$$

$$1\ kcal = 1{,}162\ W{\cdot}h$$

e, viceversa:

$$1\ W{\cdot}h = 0{,}860\ kcal$$

o, assai più comunemente:

$$\boxed{\mathbf{1\ kWh = 860\ kcal}}$$

Molto importanti nella pratica sono anche le conversioni fra le unità di misura della pressione. Si ha, infatti:

$10{,}33\ m_{H2O} = 10{,}33\ m_{H2O}\cdot 1000\ kg{\cdot}m^{-3}\cdot 9{,}81\ N{\cdot}kg^{-1} = 10330{\cdot}9{,}81\ N{\cdot}m^{-2} \cong 10^5\ Pa \cong 1\ bar$

$1\ m_{H2O} = 1000{\cdot}9{,}81\ Pa \cong 10^4\ Pa$

$1\ mm_{H2O} = 9{,}81\ Pa \cong 10\ Pa \cong 0{,}1\ mbar$

ESERCIZIO A

Un motore Diesel è sottoposto ad una prova al banco che dura t = 52 *min*; esso sviluppa all'albero motore una potenza costante $P_m = 180\ CV$. Dopo aver espresso la potenza motore secondo l'unità SI (*W* e *kW*), calcolare l'energia meccanica E_m prodotta (esprimendola in *CVh; MJ; kWh*)

Per esprimere la potenza nell'unità di misura richiesta è necessario applicare la seguente conversione:

$$1\ CV = 736\ W$$

ovvero la:

$$1\ kW = 1{,}36\ CV$$

Pertanto:

$$P_m = 180\ CV = 180\ CV\cdot 736\ \frac{W}{CV} = 132480\ W = 132{,}5\ kW$$

Essendo t = 52 *min* = 3120 *s* = 0,867 *h*, l'energia meccanica prodotta dal motore è data dal prodotto tra la potenza P_m (*CV; kW*) e il tempo t (*h*) durante il quale questa è erogata:

$E_m = P_m \cdot t$

$E_m = 180\ CV \cdot 0{,}867\ h = 156\ CVh$

$E_m = 132480\ W \cdot 3120\ s = 413337600\ J = 413{,}4\ MJ$

$E_m = 132{,}5\ kW \cdot 0{,}867\ h = 114{,}9\ kWh$

ESERCIZIO B

Un pneumatico è gonfiato a una pressione p = 220000 *Pa*. Convertire tale pressione nelle seguenti unità di misura tecniche: *bar*; $N \cdot mm^{-2}$; *mmHg*; m_{H_2O}

Sapendo che:

$$1\ bar = 10^5\ Pa = 750\ mm_{Hg} = 10{,}33\ m_{H_2O}$$

si ottiene:

$220000\ Pa = 220000 \cdot 10^{-5} = 2{,}2\ bar$

Inoltre:

$2{,}2\ bar = 2{,}2 \cdot 750 = 1650\ mm_{Hg}$ e $2{,}2\ bar = 2{,}2 \cdot 10{,}33 = 22{,}7\ m_{H_2O}$

8. ARROTONDAMENTO NUMERICO

Nell'eseguire calcoli numerici, soprattutto se fra loro concatenati, è di estrema importanza per ridurre al minimo gli errori, e cioè arrotondare correttamente i valori numerici considerati.

L'arrotondamento del numero 57,8 a **due cifre significative** comporta come risultato il numero 58; infatti, in valore assoluto, la differenza:

$|58 - 57{,}8| = 0{,}2$

è minore rispetto alla:

$|57 - 57{,}8| = 0{,}8$

Tale metodo, che si può ovviamente estendere anche a numeri con più cifre decimali, non è applicabile con numeri la cui ultima cifra decimale sia 5, e che per convenzione sono essere arrotondati al decimale superiore.

A esempio, il numero 84,365 è perfettamente equidistante rispetto a 84,36 e a 84,37:

$|84{,}37 - 84{,}365| - |84{,}36 - 84{,}365| = 0{,}005 - 0{,}005 = 0$

In tali circostanze, è invalsa la regola - utilizzata in tutte le funzioni di arrotondamento dei diversi linguaggi di programmazione - **di arrotondare il numero per eccesso**.

In pratica, quindi, qualsiasi numero che termini con le prime cinque cifre della numerazione: 0; 1; 2; 3; 4 si arrotonda al decimale inferiore per difetto; viceversa, le restanti cinque cifre terminanti con: 5; 6; 7; 8; 9 si arrotondano al decimale superiore per eccesso.

ESERCIZIO C

NUMERO	ARROTONDAMENTO DA EFFETTUARE A	NUMERO ARROTONDATO	ERRORE COMMESSO (%)
36,7	1 cifra significativa	40	9,0
127,5	2 cifre significative	130	2,0
73,50001	2 cifre significative	74	0,7
311,95	3 cifre significative	312,0	< 0,1
7,314	3 cifre significative	7,31	< 0,1
0,056	1 cifra significativa	0,06	7,1
0,007	Secondo decimale	0,01	42,9

Poiché nei calcoli scientifici è indispensabile che l'errore numerico sia contenuto, quanto sopra esposto evidenzia l'attenzione che occorre riservare nel compiere ogni operazione di arrotondamento numerico.
L'errore associato a un risultato di un calcolo (o una serie di calcoli) dipende dal numero espresso nel modo meno preciso; ne consegue la necessità sia di misurare tutte le grandezze in gioco con lo stesso livello di accuratezza (scelta di strumenti adatti alla misura da eseguire), sia di esprimerle numericamente con il medesimo grado di errore.

ESERCIZIO D

In una serie di calcoli viene ammesso un errore e = ± 3% delle grandezze fisiche in gioco. Ipotizzando che le grandezze siano quelle di seguito indicate, determinarne i valori minimo e massimo VA_{max} e VA_{min} ammissibili.

1) Lunghezza: $b = 300\ m$;
2) Forza trazione: $F_{tr} = 20000\ N$;
3) Capacità operativa di lavoro: $C_o = 0{,}5\ ha \cdot h^{-1}$;
4) Portata massica: $Q = 5{,}9\ kg \cdot s^{-1}$.

GRANDEZZA	VALORE INDICATO	TOLLERANZA AMMESSA (3%) ±Δ	VALORE MINIMO VA_{min}	VALORE MASSIMO VA_{max}
B	300 *m*	9 *m*	291 *m*	309 *m*
F_{tr}	20000 *N*	600 *N*	19400 *N*	20600 *N*
C_o	0,5 $ha \cdot h^{-1}$	0,015 $ha \cdot h^{-1}$	0,485 $ha \cdot h^{-1}$	0,515 $ha \cdot h^{-1}$
Q	5,59 $kg \cdot s^{-1}$	0,168 $kg \cdot s^{-1}$	5,442 $kg \cdot s^{-1}$	5,758 $kg \cdot s^{-1}$

Ne deriva che un qualsiasi valore assunto come misura di una delle grandezze in gioco che risulti compreso tra VA_{min} e VA_{max} è da considerarsi accettabile.

9. NOTAZIONE SCIENTIFICA

Dovendo utilizzare e scrivere numeri con un elevato numero di cifre, specialmente se queste sono zeri, è opportuno esprimere questi numeri in **notazione scientifica**, ovvero impiegando potenze del numero 10.

In termini pratici, la moltiplicazione di un numero per 10^n si traduce nello spostare la virgola decimale del numero di "n" posti verso:

- destra, con $n \geq 0$ (e, quindi, con numeri ≥ 1);
- sinistra, con $n < 0$ (e, quindi, con numeri < 1).

ESERCIZIO E

$10^0 = 1$; $10^2 = 10 \cdot 10 = 100$; $10^6 = 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000000$

$$10^{-2} = 10^{-1} \cdot 10^{-1} = \frac{1}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{100} = 0{,}01$$

$$10^{-5} = \frac{1}{100000} = 0{,}00001$$

$299792458 = 2{,}99792458 \cdot 10^8$

$0{,}0000432 = 4{,}32 \cdot 10^{-5}$

Ricordando, infine, le regole di base delle potenze:

$$a^p \cdot a^q = a^{(p+q)} \qquad \frac{a^p}{a^q} = a^{(p-q)}$$

è possibile semplificare notevolmente alcune espressioni numeriche apparentemente complesse.

ESERCIZIO F

$$24350000 \cdot 0{,}000187 = (2{,}435 \cdot 10^7) \cdot (1{,}87 \cdot 10^{-4}) = (2{,}435 \cdot 1{,}87) \cdot (10^7 \cdot 10^{-4}) = 4{,}55345 \cdot 10^3 = 4553{,}45$$

$$0{,}008 \cdot \frac{13200}{0{,}002} = 8 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}32 \cdot 10^4 : \left(2 \cdot 10^{-3}\right) = 4 \cdot 1{,}32 \cdot 10^{1-(-3)} = 5{,}28 \cdot 10^4 = 52800$$

10. FUNZIONI E LORO RAPPRESENTAZIONE GRAFICA

Fra le grandezze che possono comparire in un determinato problema, alcune - dette costanti - conservano sempre lo stesso valore, altre - dette **variabili** - sono suscettibili di assumere più valori o, addirittura, infiniti valori. Frequentemente avviene che di due grandezze variabili, genericamente indicate con x e y, il valore assunto da una di esse (a esempio la y) dipende dal valore attribuito all'altro (in questo caso la x)

ESERCIZIO G

La capacità di lavoro teorica y (superficie lavorata nell'unità di tempo) di una falciatrice a lama oscillante è determinata dalla velocità di avanzamento x della macchina. La legge che vincola la "grandezza" y alla "grandezza" x è traducibile nella relazione:

$$y = b \cdot x$$

ove b (*m*) rappresenta la larghezza di lavoro (evidentemente costante) della falciatrice impiegata.

Assumendo b = 1,8 *m*, volendo conoscere la capacità di lavoro della falciatrice che procede a x = 6 *km/h* (equivalenti a 6000 *m/h*) risulta:

$$y = 1{,}8\ m \cdot 6000\ m/h = 10800\ m^2/h \cong 1{,}1\ ha/h$$

rammentando la conversione fra unità di superficie: **1 *ha (ettaro)* = 10000 m^2**

Nei casi in cui il valore della y dipende da quello via via assunto dalla x, si dice che **y è funzione della variabile x**.

Non sempre alla variabile x si possono attribuire valori completamente arbitrari. Nel precedente esempio, infatti, alla x (velocità di avanzamento) non sono attribuibili valori negativi o valori positivi superiori alla velocità massima raggiungibile dalla falciatrice.

Il legame che permette di determinare il valore della y può essere applicato soltanto quando alla x vengano assegnati valori appartenenti a un particolare insieme numerico (detto **insieme di esistenza** o di definizione).

Pertanto, una variabile y si dice **funzione** della variabile x, nell'insieme di esistenza della funzione, quando esiste una legge di natura qualsiasi che faccia corrispondere a ogni valore dato alla x, appartenente all'insieme di esistenza, uno e un solo valore della y.

La variabile x viene detta variabile indipendente, la y variabile dipendente o funzione.

L'espressione generale di funzione viene espressa mediante la:

$$y = f(x)$$

intendendo con f il termine "funzione".

Nello studio delle diverse funzioni risulta estremamente utile l'uso della loro **rappresentazione grafica**; da essa, infatti, si possono dedurre molte proprietà della funzione stessa. A esempio, è possibile evidenziare se in un certo intervallo di valori della x la $f(x)$ oscilli, cresca o decresca più o meno rapidamente; se presenti punti significativi, in cui cioè la $f(x)$ assuma - a esempio - valori massimi o minimi oppure valori particolari (nulli, negativi ecc.).

ESERCIZIO H

Si consideri la funzione definita nell'esercizio G precedente la si rappresenti graficamente in un sistema di assi cartesiani ortogonali.

Supponendo che la velocità massima raggiungibile della falciatrice dotata di lama oscillante di dimensione b = 1,8 *m* sia pari a 10 *km/h*, l'insieme di definizione della $f(x)$ è $0 \le x \le 10$ *km/h*, o meglio - dovendo esprimere la y in m^2/h - $0 \le x \le 10000$ *m/h*.

Attribuendo alla x valori qualunque compresi tra gli estremi dell'insieme di definizione è possibile trovare i corrispondenti valori della y. Ad esempio:

x	$y = f(x) = 1{,}8 \cdot x$
$x_0 = 0$	$y_0 = f(x_0) = 1{,}8 \cdot 0 = 0$
$x_1 = 2000$	$y_1 = f(x_1) = 1{,}8 \cdot 2000 = 3600$
$x_2 = 2500$	$y_2 = f(x_2) = 1{,}8 \cdot 2500 = 4500$
$x_3 = 3400$	$y_3 = f(x_3) = 1{,}8 \cdot 3400 = 6120$
$x_4 = 6600$	$y_4 = f(x_4) = 1{,}8 \cdot 6600 = 11880$
$x_5 = 7200$	$y_5 = f(x_5) = 1{,}8 \cdot 7200 = 12960$
$x_6 = 10000$	$y_6 = f(x_6) = 1{,}8 \cdot 10000 = 18000$

Ognuna delle coppie di numeri così ottenute - (x_0, y_0); (x_1, y_1); $(x_6\ y_6)$ ecc. - rappresenta, in un sistema di assi cartesiani, le coordinate di un punto (P_0; P_1; P_6 ecc.) del piano.

L'insieme degli infiniti punti che si possono ottenere facendo variare la x nell'intervallo (0, 10000), cioè l'insieme di tutti i punti del piano le cui coordinate soddisfano l'equazione $y = f(x)$ rappresenta un luogo geometrico, detto grafico o diagramma della funzione $f(x)$.

Riportando i sette punti esemplificativi sopra determinati si ottiene un diagramma attraverso il quale si evince che la relazione tra le due grandezze (velocità e capacità di lavoro) è lineare, con punti significativi posti in corrispondenza di x = 0 (velocità nulla) e x = 10000 *m/h* (velocità massima) per i quali si ottiene, rispettivamente, minima e massima capacità di lavoro (0, 18000 m^2/h).

Ciò trova conferma nel fatto che analiticamente la funzione $y = 1{,}8 \cdot x$ rappresenta l'equazione di una **retta passante per l'origine**, del tipo cioè:

$$y = m \cdot x$$

con coefficiente angolare m = 1,8.

Poiché, come noto, il coefficiente angolare rappresenta la tangente trigonometrica dell'angolo α formato dalla retta con il semiasse positivo delle ascisse (asse delle x), si può concludere che la retta in questione possiede una "pendenza" di:

$$m = tg\alpha \qquad 1{,}8 = tg\alpha$$

da cui ricavare: $\alpha = 60{,}9°$.

ESERCIZIO 1

Rappresentare graficamente mediante una linea spezzata l'andamento storico della produzione italiana di trattori nel periodo 1970-1998, di seguito tabulata.

ANNO	NUMERO	%
1970	78000	*100,0*
1972	68639	*88,0*
1974	93849	*120,3*
1976	112417	*144,1*
1978	116522	*149,4*
1980	128264	*164,4*
1982	101700	*130,4*
1984	93200	*119,5*
1986	81638	*104,7*
1988	82020	*105,2*
1990	72621	*93,1*
1992	56264	*72,1*
1994	61931	*79,4*
1996	75206	*96,4*
1998	81473	*104,5*

Inoltre, prendendo come riferimento il valore relativo all'anno 1970 è anche possibile determinare i valori e, conseguentemente, tracciare l'istogramma dell'andamento percentuale della produzione trattoristica.

11. SCALE DI MISURA

Per la miglior presentazione grafica di dati numerici, è importante scegliere le scale di misura in modo che venga utilizzata la maggior porzione possibile del grafico o dell'area disponibile per il grafico.

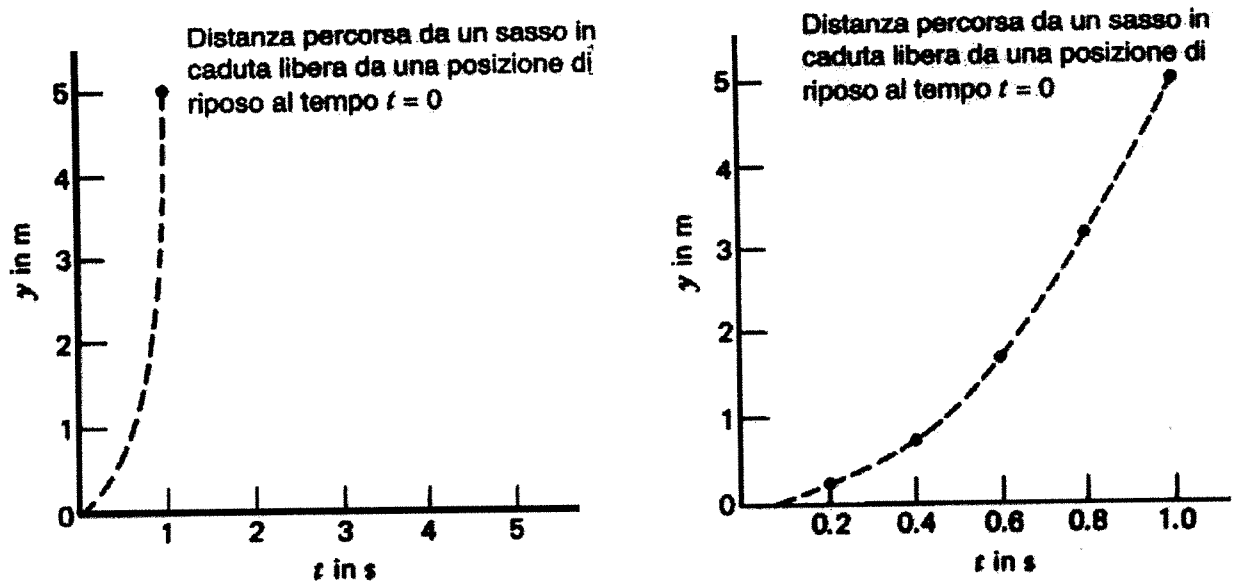


Fig. 1- Errata (a sinistra) e corretta (a destra) scelta della scala di misura per l'asse delle ascisse.

Nell'esempio di **fig. 1**, la rappresentazione i punti sperimentali rappresentati nel grafico a sinistra e in quello di destra, della distanza percorsa da un corpo in caduta libera in funzione del tempo, è la medesima; ma nel diagramma di sinistra la scala della ascisse è troppo ampia, e la curva risultante è meno esplicativa di quella di destra, dove invece i valori sull'asse delle x sono scelti oculatamente.

Per poter tracciare un grafico con efficienza un grafico bisogna conoscere in anticipo i valori minimi e massimi delle variabili: nell'esempio di **fig. 2**, i dati rappresentati sono identici, ma sicuramente il diagramma di destra fornisce una migliore informazione, perché permette di visualizzare meglio le fluttuazioni della tensione fornita dall'alimentatore nel tempo. E' possibile quindi valutare con maggior attenzione la validità tecnica dello strumento.

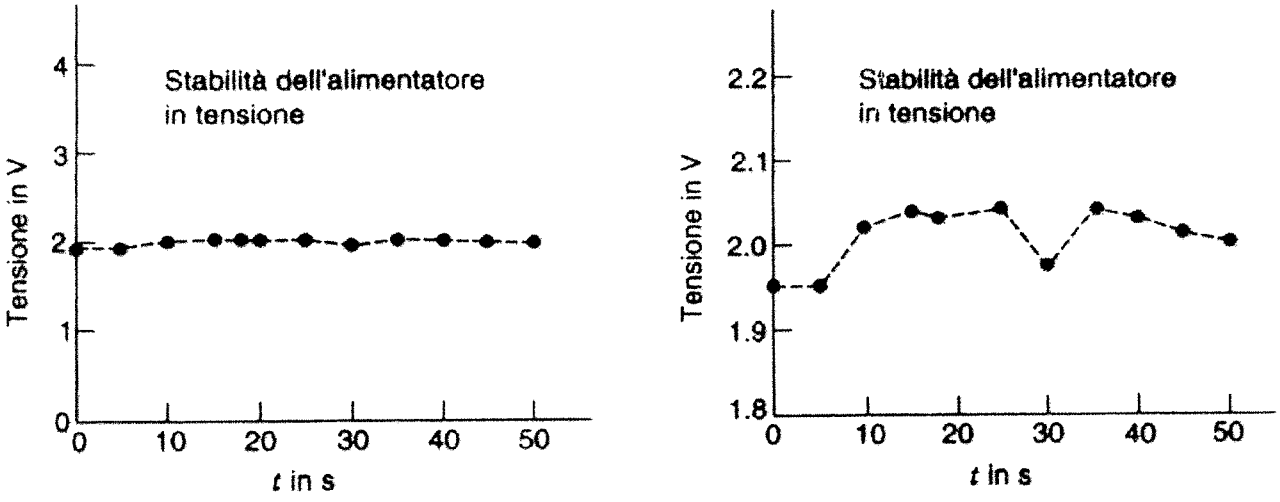


Fig. 2 - Scelta approssimativa (a sinistra) e attenta (a destra) della scala di misura per l'asse delle ordinate.

12. SCELTA DELLO ZERO

In genere, è fuorviante indicare su un asse di un grafico un "falso zero". Se, per ragioni di opportunità, ad esempio per meglio visualizzare le fluttuazioni del prezzo storico per litro della benzina negli Stati Uniti mostrato nella **fig. 3**, è bene richiamare l'attenzione su questa particolarità con scritte e/o segnalazioni opportune.

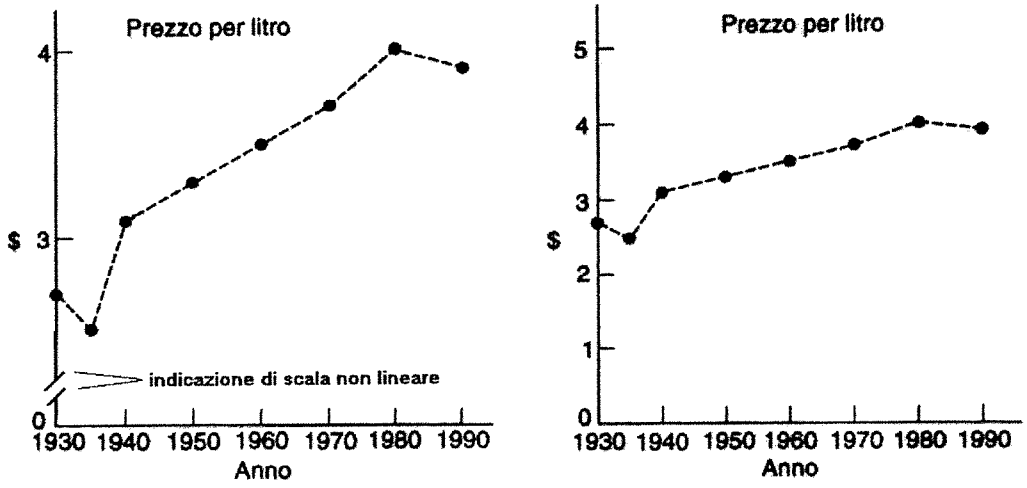


Fig. 3 - La scala delle ordinate nel caso di sinistra non è lineare, passando i valori indicati da 0 a 3; ma ciò è opportunamente segnalato dal doppio trattino che "spezza" l'asse delle *y*. L'esempio di destra, viceversa, è corretto dal punto di vista della rappresentazione degli assi, ma l'andamento del prezzo della benzina è meno chiaramente esplicitato.

13. "FALSI" GRAFICI E GRAFICI IMPROPRI

Un grafico correttamente rappresentato deve mostrare adeguatamente la relazione funzionale che esiste tra due o più variabili.

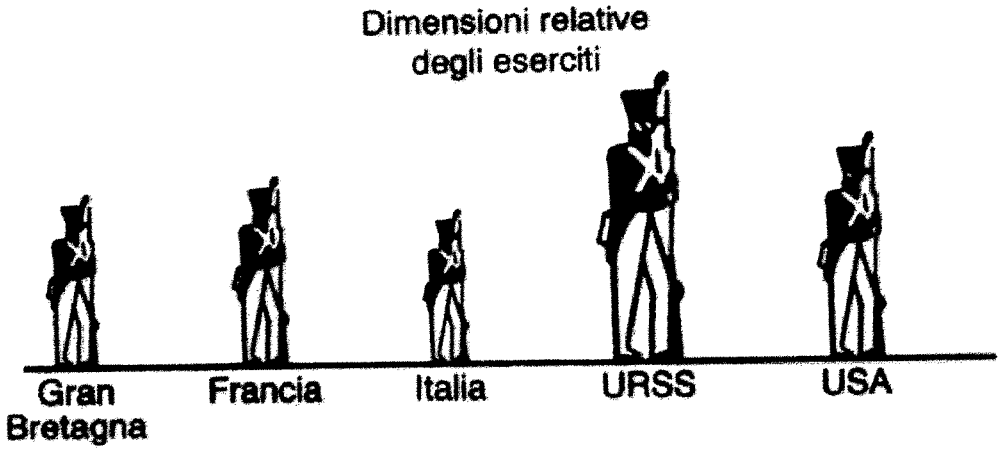


Fig. 4 - I soldatini rappresentati danno luogo ad una difficoltà di comprensione nel rapporto esistente tra loro: la consistenza degli eserciti è funzione dell'altezza dei soldatini o della loro massa? Se un soldatino è alto il doppio rispetto ad un altro, ciò significa che ha una massa ben 8 volte maggiore!

Nel caso di **fig. 4** non esiste pertanto una *precisa* relazione funzionale e pertanto non è conveniente utilizzare una tale forma di rappresentazione.

Diversamente, è corretto unire i punti sperimentali di un grafico a patto che esista una dipendenza funzionale e se non c'è ragione di credere che tra un punto e l'altro sussistano ampie variazioni.

Nella rappresentazione di sinistra di **fig. 5** non esiste una dipendenza funzionale, poiché non c'è alcun nesso tra la produzione di autocarri, autovetture e motocicli. Viceversa, nell'esempio di destra c'è un nesso tra i punti illustrati, ma non si può assumere che siano rettilinei i segmenti che li uniscono, cioè che la funzione sia lineare; infatti tipicamente la posizione angolare dell'asta di un pendolo è ben rappresentata da un andamento sinusoidale.

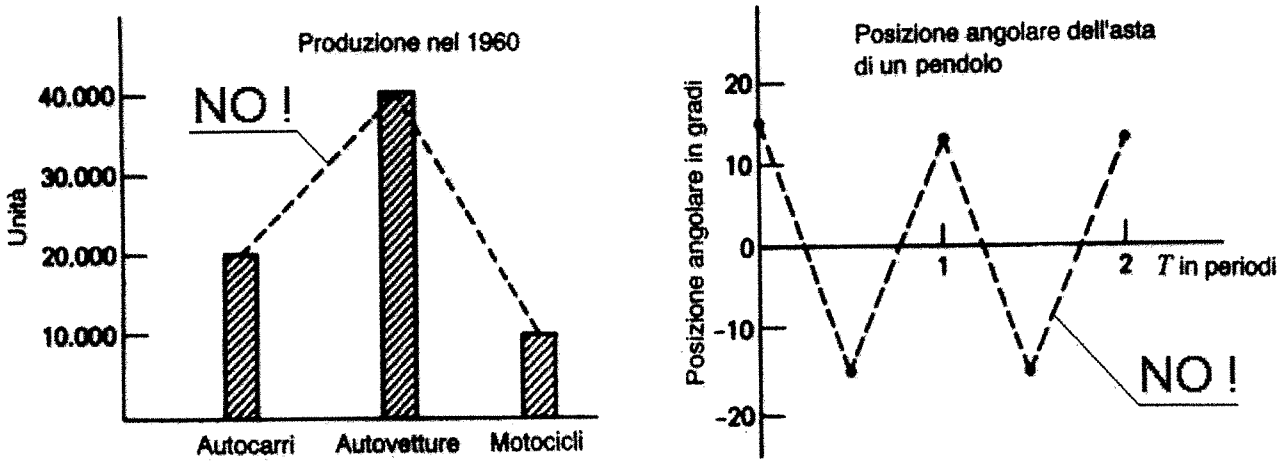


Fig. 5 - Due casi di errata (a sinistra) e imprecisa (a destra) dipendenza funzionale.

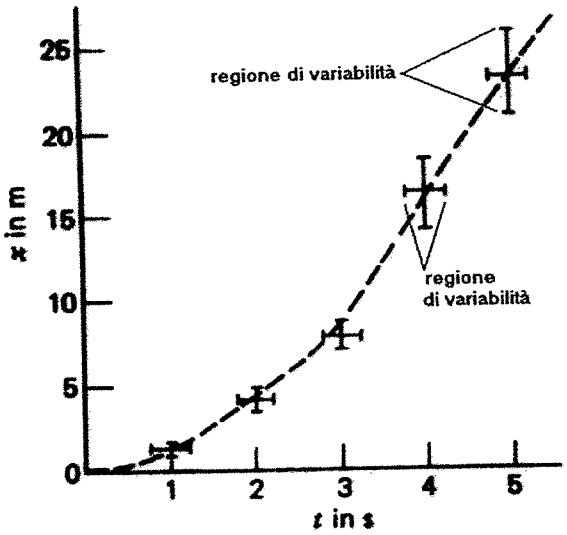
14. "REGIONE" DEL DATO E PUNTO SPERIMENTALE

L'incertezza di un dato viene generalmente espressa algebricamente, in termini di scostamento negativo e positivo rispetto ad un valore, che è di solito (ma non sempre...) quello medio.

Il valore degli scostamenti negativo e positivo, rispettivamente sottratto e sommato al valore medio, indicano il valore minimo e massimo della variazione del dato. Per esempio:

$$t = 3{,}0 \pm 0{,}2 \text{ s} \qquad x = 0{,}1 \pm 0{,}1 \text{ m}$$

La rappresentazione grafica dovrebbe riprodurre nella maniera più fedele possibile questa incertezza. Non necessariamente la curva risultante ha i punti passanti per il centro delle diverse regioni di variabilità, poiché non è frequente che il valore medio sia esattamente equidistante dal minimo e dal massimo (fig. 6).



t	x
0	0
1 ± 0.2	1 ± 0.1
2 ± 0.2	4 ± 0.4
3 ± 0.2	8 ± 0.8
4 ± 0.2	17 ± 2
5 ± 0.2	23 ± 2.5

Fig. 6 - La rappresentazione grafica dovrebbe riprodurre nella maniera più possibile fedele l'incertezza del dato. Non necessariamente la curva risultante ha i punti passanti per il centro delle diverse regioni di variabilità, poiché non è frequente che il valore medio sia esattamente equidistante dal minimo e dal massimo.

E' raro, peraltro, se non su testi o articoli scientifici scritti da studiosi di nazionalità o solida formazione anglosassone, una notazione del genere. Infatti, un rigore rappresentativo di questo tipo significa "mettere a repentaglio" la credibilità di dati che non risultano particolarmente validi, a causa di regioni eccessivamente ampie.